



① چند عدد صحیح در مجموعه جواب‌های نامعادله $۴ < \frac{۳x+۴}{x+۳} < ۲$ قرار ندارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۹

② مجموعه جواب نامعادله $۲ > \left| \frac{x+۳}{۲x+۳} \right|$ کدام است؟

- (۱) $(-\frac{۹}{۵}, -۱)$ (۲) $(-\frac{۳}{۲}, -۱) \cup (-\frac{۳}{۲}, -\frac{۹}{۵})$
(۳) $(-\frac{۳}{۲}, -۱)$ (۴) $(-\frac{۹}{۵}, -\frac{۳}{۲})$

③ نامعادله $\frac{x^۳+۴x}{x^۲-۵x+۴} < ۰$ برای چند عدد طبیعی برقرار است؟

- (۱) بی شمار (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

④ اگر نامعادله $\frac{ax^۲ - \frac{1}{۲}ax - ۳}{-x^۲ - x - ۱} \leq ۳$ به‌ازای تمام مقادیر x برقرار باشد، a کدام است؟

- (۱) هر مقدار (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) هیچ مقدار

⑤ اگر مجموعه جواب نامعادله $1 \geq \left| \frac{۲x+۱}{۲} - \frac{۴}{۵} \right|$ را به‌صورت $(-\infty, a] \cup [b, +\infty)$ نشان دهیم، حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $۰/۸$ (۲) ۱ (۳) $۰/۶$ (۴) ۲

⑥ اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = kx^۲ - kx + ۱$ به‌صورت زیر باشد، مجموعه مقادیری که ka می‌تواند قبول کند، کدام است؟

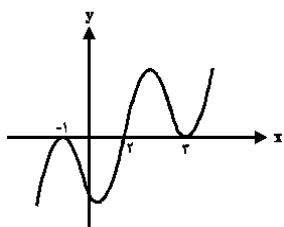
x	a
P(x)	+ 0 +

- (۱) $\{۴, ۰\}$ (۲) $\{۲, ۰\}$
(۳) $\{۲\}$ (۴) $\{۴\}$

⑦ اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+۱}{x+۲} - \frac{x}{x-۱} \geq ۰$ به‌صورت $(-\infty, a) \cup [b, c)$ باشد، حاصل $۲b - a + c$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۴

۸) نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر نمودار تابع $g(x) = \frac{f(x-1)}{x}$ در بازه (a, b) پایین محور x قرار گیرد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۹) اگر بازه $(-1, 2)$ بزرگترین بازه‌ای باشد، که سهمی $y = x^2 - 2ax + b$ پایین‌تر از خط $y = ax + 3b$ قرار بگیرد، حاصل $a + b$ کدام است؟

صفر (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۰) مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x-1} < \frac{3}{x^2+x-2}$ کدام است؟

$(-2, 1)$ (۲)

$(-3, -2)$ (۱)

$(-2, +\infty)$ (۴)

$(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ (۳)

۱۱) اگر جواب نامعادله $\frac{x+b}{2ax-3} > 0$ به صورت $(-1, 5)$ باشد، حاصل ab کدام است؟

$-\frac{15}{2}$ (۴)

$\frac{15}{2}$ (۳)

-5 (۲)

$\frac{3}{10}$ (۱)

۱۲) به ازای چه حدودی از m عبارت $\frac{(m+2)x^2+2mx+m-1}{-x^2+2x-4}$ همواره منفی است؟

$-2 < m < 2$ (۲)

$-2 < m$ (۱)

$m < 2$ (۴)

$2 < m$ (۳)

۱۳) اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2}{x-1} \leq \frac{x}{1+x}$ به صورت $(-\infty, a) \cup [b, c)$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۴) اگر مجموعه جواب نامعادله $2 - |x-1| < |2 - a|$ به صورت $(-a, a+2) - \{b\}$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵) مجموعه جواب نامعادله $\frac{5x^2-bx+2c}{x-2} \geq 0$ به صورت $[a, 1] \cup (2, +\infty)$ است. مقدار $b - 5a$ کدام است؟

-4 (۴)

۴ (۳)

-5 (۲)

۵ (۱)

۱۶) مجموعه مقادیر m که به ازای آن‌ها معادله $(x-2)(mx^2+6x+9)=0$ ، سه ریشه حقیقی متمایز دارد، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1) - \{0\}$ (۲) $(-\infty, 1) - \{0, -\frac{21}{4}\}$ (۳) $(-\infty, -1)$ (۴) $(1, +\infty) - \{\frac{21}{4}\}$

۱۷) نمودار سهمی $y = 3x^2 + mx + 4$ همواره بالای خط $y = -2x + 1$ قرار می‌گیرد. حدود m کدام است؟

- (۱) $(-8, 4)$ (۲) $(-6, 6)$ (۳) $(-4, 8)$ (۴) $(0, +\infty)$

۱۸) مجموعه همه مقدارهای x که به ازای آن عبارت $\frac{(x^2-6x+9)\sqrt{x+5}}{x^2-x-6}$ منفی می‌باشد برابر با مجموعه جواب کدام نامعادله زیر است؟

- (۱) $|x| < \frac{3}{4}$ (۲) $|x| > \frac{3}{4}$ (۳) $|x - \frac{1}{4}| > \frac{5}{4}$ (۴) $|x - \frac{1}{4}| < \frac{5}{4}$

۱۹) با توجه به جدول زیر که مربوط به تعیین علامت عبارت $P = \frac{ax+c}{x^2-ax-4}$ است، حاصل $c+k$ کدام است؟

x	k	a
P	$-$	$+$

- (۱) ۵ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) ۳

۲۰) مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x^2-2x-5}{x-3} < 2x$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{2}, 2)$ (۲) $(\frac{5}{4}, 3)$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ (۴) $(-\infty, \frac{5}{4}) \cup (3, +\infty)$

۲۱) تعداد ضربان قلب یک ورزشکار، پس از x دقیقه تمرین سنگین از رابطه $f(x) = 2x^2 - 20x + 72$ به دست می‌آید. در چه زمان‌هایی پس از یک تمرین سنگین، تعداد ضربان قلب از ۱۲۰ بیشتر است؟

- (۱) $x > 6$ (۲) $x > 12$ یا $0 < x < 4$ (۳) $x > 12$ (۴) $6 < x < 12$

۲۲) در کدام بازه زیر علامت عبارت $P(x) = \frac{1}{x^2+2x-15}$ تغییر نمی‌کند؟

- (۱) $[-10, -3]$ (۲) $(-5, 3)$ (۳) $[-3, 5)$ (۴) $[0, 5)$

۲۳) اگر $A = \{x | -3 \leq \frac{2x-1}{3} < 1\}$ و $B = \{x | x^2 + x - 6 \leq 0\}$ آن‌گاه $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 2]$ (۲) $[-3, 2]$ (۳) $[-3, 2)$ (۴) $[-4, 2)$

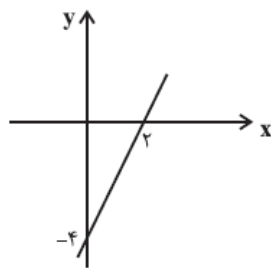
۴۴) چند عدد صحیح در نامعادله $2 < \frac{3x-1}{x+1} < 1$ صدق نمی‌کند؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۵) مقدار x در کدام بازه زیر تغییر کند تا $P(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x + 1}$ دقیقاً دو بار تغییر علامت دهد؟

- ۱) $[1, 10]$ ۲) $[-1, 4]$ ۳) $[-4, 3]$ ۴) $[-6, -1]$

۴۶) خط $y = ax + b$ در شکل زیر رسم شده است. عبارت $p(x) = \frac{ax+b}{bx+a}$ در کدام بازه نامنفی است؟



- ۱) $(\frac{1}{3}, 2]$ ۲) $(\frac{1}{3}, 3]$ ۳) $(\frac{1}{3}, 2)$ ۴) $(\frac{1}{3}, 3)$

۴۷) چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} > x-1$ صدق می‌کند؟

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

۴۸) با توجه به جدول تعیین علامت عبارت $P = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

x	-2	1
P	- 0 + 0 +	

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۳%

قلم‌چی ۱۴۰۰

گزینه درست: ۳

سوال ۱

گزینه «۳»

از طرفین نامساوی $\frac{x+4}{x+3} = 3$ واحد کم می‌کنیم:

$$-1 < \frac{x+4}{x+3} - 3 < 1 \Rightarrow -1 < \frac{-5}{x+3} < 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-5}{x+3} \right| < 1 \Rightarrow \frac{5}{|x+3|} < 1 \Rightarrow |x+3| > 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3 > 5 \\ x+3 < -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -8 \end{cases} \Rightarrow \mathbb{R} - [-8, +2]$$

اعداد صحیح $\{-8, -7, \dots, 1, 2\}$ در نامعادله صدق نمی‌کنند.

سوال ۲

گزینه درست: ۲

گزینه های دام دار ۳

قلمچی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۲۹%

متوسط

گزینه «۲»

چون مخرج کسر مثبت می باشد، پس می توانیم طرفین وسطین کنیم.

$$|x+3| > 2|2x+3| \Rightarrow |x+3| > |4x+6|$$

به دلیل اینکه هر دو عبارت مثبت هستند، توان ۲ رساندن مجاز است:

$$(x+3)^2 > (4x+6)^2 \Rightarrow (4x+6)^2 - (x+3)^2 < 0$$

$$\xrightarrow{\text{مزنوج}} (5x+9)(3x+3) < 0 \Rightarrow x \in \left(-\frac{9}{5}, -1\right)$$

اما چون $x = -\frac{3}{2}$ ریشه مخرج است، قابل قبول نیست و باید از جواب به دست آمده حذف شود: $x \in \left(-\frac{9}{5}, -1\right) - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

سوال ۳

گزینه درست: ۲

قلمچی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۴۶%

ساده

گزینه «۲»

ابتدا به کمک فاکتورگیری و اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\frac{x(x^2+4)}{(x-4)(x-1)} < 0$$

عبارت $x^2 + 4$ همیشه مثبت است و بنابراین در تعیین علامت تأثیری نمی گذارد. پس باید $P(x) = \frac{x}{(x-4)(x-1)}$ را تعیین علامت کنیم:

x	0	1	4			
x	-	0	+	+		
(x-4)(x-1)	+	+	0	-	0	+
P(x)	↓	0	+	↓	+	
	منفی		مثبت	منفی	مثبت	

پس نامعادله به ازای اعداد طبیعی ۲ و ۳ برقرار است.

سوال ۴

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۲۷%

متوسط

گزینه «۳»

چون $-x^2 - x - 1$ همواره منفی است ($\Delta < 0, a < 0$) پس می توان نامعادله را طرفین وسطین کنیم و جهت نامعادله را تغییر دهیم:

$$ax^2 - \frac{1}{p}ax - 3 \geq -3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow (a+3)x^2 + \left(3 - \frac{1}{p}a\right)x \geq 0 \quad (1)$$

برای آن که نامعادله (۱) همواره برقرار باشد، باید $\Delta \leq 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow \left(3 - \frac{1}{p}a\right)^2 - 4(a+3)(0) \leq 0$$

$$\Rightarrow \left(3 - \frac{1}{p}a\right)^2 \leq 0 \xrightarrow{\text{حالت تساوی}} 3 - \frac{1}{p}a = 0 \Rightarrow a = 6 \quad (2)$$

$$(x^2 \text{ ضریب}) > 0 \Rightarrow a+3 > 0 \Rightarrow a > -3 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{\text{د اشتراک (۲) و (۳)}} a = 6$$

سوال ۵

گزینه درست: ۴

قلمچی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۳۱%

متوسط

گزینه «۴»

اگر $a > 0$ از نامساوی $|u| \geq a$ نتیجه می‌گیریم که $u \geq a$ یا $u \leq -a$ ؛ پس:

$$\left| \frac{2x+1}{2} - \frac{4}{5} \right| \geq 1 \Rightarrow \left| \frac{10x-3}{10} \right| \geq 1$$

$$(I) \frac{10x-3}{10} \geq 1 \Rightarrow 10x-3 \geq 10 \Rightarrow 10x \geq 13 \Rightarrow x \geq 1/3$$

$$(II) \frac{10x-3}{10} \leq -1 \Rightarrow 10x-3 \leq -10 \Rightarrow 10x \leq -7 \Rightarrow x \leq -0/7$$

$$\xrightarrow{(I) \cup (II)} (-\infty, -0/7] \cup [1/3, +\infty) \Rightarrow a = -0/7, b = 1/3$$

$$\Rightarrow b - a = 2$$

سوال ۶

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۰%

متوسط

گزینه «۳»

با توجه به جدول تعیین علامت مشخص می‌شود که عبارت درجه دوم $P(x)$ دارای ریشه مضاعف است، یعنی: $\Delta = 0$

$$\Rightarrow \Delta = k^2 - 4k = 0 \Rightarrow k(k-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(x) = 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$ka = 4\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \Rightarrow P(x) = (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

سوال ۷

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۵%

متوسط

گزینه «۱»

$$P(x) = \frac{x+1}{x+2} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-1-x^2-2x}{(x+2)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1-2x}{(x+2)(x-1)} \geq 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -2 & -\frac{1}{2} & 1 & \\ \hline P(x) & + & - & + & - \end{array} \Rightarrow (-\infty, -2) \cup [-\frac{1}{2}, 1)$$

$$\Rightarrow a = -2, b = -\frac{1}{2}, c = 1$$

$$\Rightarrow 2b - a + c = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 + 1 = -1 + 3 = 2$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹٪

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۲

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

نمودار تابع $g(x)$ در بازه‌ای زیر محور x قرار دارد که:

$$\frac{f(x-1)}{x} < 0$$

برای حل این نامعادله به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

x	$-∞$	0	3	4	$+∞$
$f(x-1)$	$-$	0	$-$	0	$+$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$g(x)$	$+$	$+$	$-$	0	$+$

ن. ت. ن.

بنابراین تابع روی بازه $(0, 3)$ پایین محور x قرار دارد، پس بیشترین مقدار $b-a$ برابر ۳ است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲٪

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه «۱»

بازه $(-1, 2)$ مجموعه جواب‌های نامعادله $x^2 - 2ax + b < ax + 3b$ است:

$$\Rightarrow x^2 - 3ax - 2b < 0$$

برای اینکه بازه $(-1, 2)$ بزرگ‌ترین بازه جواب نامعادله بالا باشد، لازم است که $x = -1$ و $x = 2$ جواب معادله $x^2 - 3ax - 2b = 0$ باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 : 1 + 3a - 2b = 0 \Rightarrow 3a - 2b = -1 \\ x = 2 : 4 - 6a - 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = 1 \Rightarrow a + b = \frac{4}{3}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۲٪

قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰

گزینه «۱»

$$\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow \frac{x(x+2)-3}{(x+2)(x-1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2+2x-3}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{(x+2)(x-1)} < 0$$

x	-3	-2	1	
$+$	0	$-$	$+$	$+$
		ن	ت	
		ن	ن	

$$\rightarrow x \in (-3, -2)$$

گزینه «۳»

با توجه به این که جواب نامعادله بازه $(-۱, ۵)$ است، بنابراین -۱ و ۵ ریشه‌های عبارت‌های صورت و مخرج کسر هستند. ریشه‌های صورت و مخرج کسر این نامعادله به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$x + b = 0 \Rightarrow x = -b$$

$$2ax - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2a}$$

با توجه به ریشه‌های به دست آمده دو حالت پیش می‌آید:

(۱) $a > 0$ باشد:

در این حالت $\frac{3}{2a} > 0$ است، پس عدد ۵ باید برابر این ریشه باشد.

$$\begin{cases} \frac{3}{2a} = 5 \Rightarrow a = \frac{3}{10} \\ -b = -1 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

x	-1	5	
x+1	- 0	+	+
$\frac{3}{5}x-3$	-	- 0	+
عبارت	+	-	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$$

پس این حالت قابل قبول نیست.

(۲) $a < 0$ باشد:

در این حالت $\frac{3}{2a} < 0$ است، پس عدد -۱ باید برابر این ریشه باشد.

$$\begin{cases} \frac{3}{2a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \\ -b = 5 \Rightarrow b = -5 \end{cases}$$

x	-1	5	
x-5	-	- 0	+
-3x-3	+	0	-
عبارت	-	+	-

$$\Rightarrow a \times b = -\frac{3}{2} \times -5 = \frac{15}{2}$$

گزینه «۳»

عبارت مخرج کسر همواره منفی است، زیرا در معادله آن $\Delta < 0$ و ضریب x^2 ، منفی است.

$$\Delta_{\text{مخرج}} = 3^2 - 4 \times (-4) \times (-1) = 9 - 16 = -7 < 0$$

$$-1 < 0 = \text{ضریب } x^2 \text{ در مخرج کسر}$$

برای آن که مقدار کسر، همواره منفی باشد، باید عبارت صورت کسر همواره مثبت باشد، پس:

$$(1) \quad m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad \text{ضریب } x^2 \text{ در صورت کسر}$$

$$\begin{aligned} \Delta < 0 &\Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1) \times (m+2) < 0 \\ &\Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 < 0 \Rightarrow 8 < 4m \Rightarrow 2 < m \end{aligned} \quad (2)$$

شراف (۱) و (۲) $\rightarrow 2 < m$

گزینه «۱»

$$\frac{x^2}{x-1} \leq \frac{x}{1+x}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x+1} \Rightarrow \frac{x^3 + x^2 - x^2 + x}{x^2 - 1} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^3 + x}{x^2 - 1} \leq 0$$

$$\frac{x(x^2+1)}{x^2-1} \leq 0 \xrightarrow{x^2+1>0} \frac{x}{x^2-1} \leq 0$$

x	-۱	۰	۱
x	-	-	+
$\frac{x}{x^2-1}$	+	-	+
x	-	+	-
$\frac{x}{x^2-1}$	-	+	+

پس مجموعه جواب نامعادله، $(-\infty, -1) \cup [0, 1)$ است.

$$(-\infty, -1) \cup [0, 1) = (-\infty, a) \cup [b, c) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 0$$

گزینه «۳»

$$|2 - |x-1|| < 2 \Rightarrow -2 < 2 - |x-1| < 2$$

$$-4 < -|x-1| < 0 \Rightarrow 0 < |x-1| < 4$$

از نامعادله $|x-1| > 0$ نتیجه می‌شود $x \neq 1$ و از نامعادله $|x-1| < 4$ نتیجه می‌شود $-4 < x-1 < 4$ ، یعنی $-3 < x < 5$.

بنابراین مجموعه جواب نامعادله $\{1\} - (-3, 5)$ است و در نتیجه $a = 3$ و $b = 1$ می‌باشد. پس $a + b = 4$.

گزینه «۱»

برای حل نامعادله از تعیین علامت استفاده می‌کنیم:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{مخرج کسر}$$

با توجه به جواب نامعادله، $x = 1$ و $x = a$ جواب‌های معادله $5x^2 - bx + 2c = 0$ (صورت کسر) هستند. در نتیجه:

$$\xrightarrow{x=1} 5 - b + 2c = 0 \Rightarrow -b + 2c = -5 \quad (I)$$

از طرفی چون مجموع ضرایب معادله درجه دوم برابر صفر است، پس ریشه دیگر معادله برابر است با:

$$\frac{2c}{5} = a \Rightarrow 2c = 5a \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II), (I)} -b + 5a = -5 \Rightarrow b - 5a = 5$$

گزینه «۲»

حاصل ضرب دو پرانتز صفر شده پس هر کدام می‌توانند صفر باشند:

$$\begin{cases} (x-2)(mx^2+6x+9)=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ mx^2+6x+9=0 \end{cases}$$

اولاً باید این معادله درجه دوم دو ریشه متمایز داشته باشد تا در مجموع سه ریشه داشته باشیم پس باید $\Delta > 0$ باشد:

$$6^2 - 4(m)(9) > 0 \Rightarrow 36 > 36m \Rightarrow 1 > m$$

ثانیاً باید $x = 2$ ریشه تکراری نباشد، پس نباید $x = 2$ ریشه پرانتز دوم باشد:

$$\begin{aligned} x = 2 : m(2)^2 + 6(2) + 9 &\neq 0 \Rightarrow 4m + 21 \neq 0 \\ \Rightarrow m &\neq -\frac{21}{4} \end{aligned}$$

از طرفی به‌ازای $m = 0$ ، پرانتز دوم، درجه دوم نخواهد بود. بنابراین:

$$m \neq 0$$

از اشتراک جواب‌ها داریم: $(-\infty, 1) - \{0, -\frac{21}{4}\}$

گزینه «۱»

نمودار سهمی $f(x) = 3x^2 + mx + 4$ بالای خط $g(x) = -2x + 1$ قرار دارد.

$$\Rightarrow f(x) > g(x) \Rightarrow 3x^2 + mx + 4 > -2x + 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 + (m+2)x + 3 > 0$$

برای اینکه عبارت درجه دوم $3x^2 + (m+2)x + 3$ همواره مثبت باشد، باید دلتای آن منفی باشد، پس داریم:

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(3)(3) < 0 \Rightarrow (m+2)^2 < 36$$

$$\Rightarrow |m+2| < 6 \Rightarrow -6 < m+2 < 6 \Rightarrow -8 < m < 4$$

گزینه «۴»

$$\frac{(x-3)^2 \sqrt{x+5}}{(x-3)(x+2)} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ریشه های}} x=3, x=-5, x=-2$$

به $\sqrt{x+5}$ توجه کنید، اولاً زیرا رادیکال نمی‌تواند منفی باشد. پس $x \geq -5$ ، ثانیاً حاصل رادیکال با فرجه زوج، منفی نمی‌شود. پس $\sqrt{x+5} \geq 0$.
جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

	-5	-2	3	
$x-3$		-	-	+
$\sqrt{x+5}$	0	+	+	+
$x+2$		-	0	+
$\frac{(x-3)\sqrt{x+5}}{x+2}$	0	+	-	+
		تن	تن	

توجه: $x=3$ هم‌ریشه صورت است و هم‌مخرج.

با توجه به جدول تعیین علامت، حاصل عبارت در فاصله $-2 < x < 3$ منفی است. برای پاسخ می‌نویسیم:

$$-2 < x < 3 \Rightarrow -2 - \frac{1}{4} < x - \frac{1}{4} < 3 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{4} < x - \frac{1}{4} < \frac{5}{4} \Rightarrow |x - \frac{1}{4}| < \frac{5}{4}$$

کسر داده شده در ریشه‌های مخرج یعنی $x=a$ و $x=k$ تعریف نشده است. از آنجایی که عبارت P در $x=a$ تغییر علامت نداده است، پس $x=a$ ریشه صورت کسر نیز می‌باشد. همچنین علامت ضریب x در صورت کسر (یعنی a) باید مثبت باشد.

$$\begin{aligned} x=a &\xrightarrow{\text{در صورت}} a^2 + c = 0 \\ x=a &\xrightarrow{\text{در مخرج}} 2a^2 - a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a>0} a=2 \\ a^2 + c = 0 &\xrightarrow{a=2} 4 + c = 0 \Rightarrow c = -4 \\ a=2 &\xrightarrow{\text{جابجایی در مخرج}} 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 = k \\ x = 2 \end{cases} \\ c+k &= -1 - 4 = -5 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۸٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۲۰

$$\frac{2x^2-2x-5}{x-3} - 2x < 0 \Rightarrow \frac{2x^2-2x-5-2x^2+6x}{x-3} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{4x-5}{x-3} < 0$$

x	$\frac{5}{4}$		3	
$x-3$	-	•	-	+
$4x-5$	-	•	+	+
$4x-5$	-	•	+	+
$x-3$	+	•	-	+

$$\Rightarrow x \in \left(\frac{5}{4}, 3\right)$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۲۱

$$2x^2 - 20x + 72 > 120 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 10x + 36 > 60$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 24 > 0$$

عبارت $P(x) = x^2 - 10x - 24 > 0$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^2 - 10x - 24 > 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 2) > 0$$

x	-2	12
$x^2 - 10x - 24$	+	-

بنابراین چون زمان نمی‌تواند منفی باشد، $x > 12$ جواب قابل قبول است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۷٪

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: ۲

سوال ۲۲

گزینه «۲»

$$P(x) = \frac{1}{x^2+2x-15} = \frac{1}{(x+5)(x-3)}$$

P(x)	-5	3
	+	-
	تعریف نشده	تعریف نشده

با توجه به گزینه‌ها در بازه $(-5, 3)$ علامت $P(x)$ تغییر نمی‌کند.

$$-۳ \leq \frac{۲x-۱}{۳} < ۱ \xrightarrow{\times ۳} -۹ \leq ۲x-۱ < ۳ \xrightarrow{+۱} -۸ \leq ۲x < ۴$$

$$\xrightarrow{\div ۲} -۴ \leq x < ۲ \Rightarrow A = [-۴, ۲)$$

$$x^۲ + x - ۶ \leq ۰$$

$$(x-۲)(x+۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۳ \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & & -3 & & 2 \\ \hline x^2+x-6 & + & \phi & - & \phi & + \end{array} \Rightarrow B: [-3, 2]$$

$$A \cap B = [-۳, ۲)$$

نامعادله اصلی را به صورت دو نامعادله می نویسیم و سپس بین جواب ها اشتراک می گیریم.

$$(۱) \frac{x-1}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-1-(x+1)}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} > 0$$

x		$-\frac{1}{2}$	۲	
$x-2$	-		-	+
$x+1$	-	+	+	+
$x-2$	+		-	+
$x+1$				

یا $x < -\frac{1}{2}$: (۱) جواب $x > 2$

$$(۲) \frac{x-1}{x+1} < 2 \Rightarrow \frac{x-1-2(x+1)}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x+1} > 0$$

x		-۳	$-\frac{1}{2}$	
$x+3$	-	+	+	+
$x+1$	-	-	+	+
$x+3$	+	-	-	+
$x+1$				

(۲) جواب $x < -3$ یا $x > -\frac{1}{2}$

اشتراک (۱) و (۲)

$$\longrightarrow x < -3 \text{ یا } x > 2$$

پس اعداد -۳، -۱، ۰، ۱ و ۲ یعنی ۶ عدد صحیح در این نامعادله صدق نمی کنند.

همواره برقرار است: $x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 1 - 4 < 0} x^2 - x + 1 > 0$

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2)$$

x	-2	0	2	
$x^3 - 4x$	-	0	0	+
$x^2 - x + 1$	+	+	+	+
$P(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x + 1}$	-	0	0	+

مطابق جدول تعیین علامت فوق، در بازه $[-1, 4]$ ، $P(x)$ دو بار ($x = 2$ و $x = 0$) تغییر علامت می دهد.

در بازه $[-4, 3]$ ، $P(x)$ سه بار و در دو بازه $[1, 10]$ ، $[-6, -1]$ یک بار تغییر علامت می دهد.

با توجه به اینکه نقاط $(۰, -۴)$ و $(۲, ۰)$ روی خط مورد نظر قرار دارند، معادله خط به صورت $y = ۲x - ۴$ است و داریم:

$$p(x) = \frac{۲x-۴}{-۴x+۲} = \frac{x-۲}{-۲x+۱}$$

جدول تعیین علامت عبارت $p(x)$ به صورت زیر است:

	$\frac{1}{2}$	۲	
$x-۲$	-	-	+
$-۲x+۱$	+	-	-
$p(x)$	-	+	-

$$\{x \mid p(x) \geq 0\} = \left(\frac{1}{2}, 2\right]$$

چون دامنه عبارت $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ برابر $x > 1$ است، پس هر ۳ عبارت $x-1$ ، $\sqrt{x}-1$ و $\sqrt{x-1}$ مثبت هستند و داریم:

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} > x-1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} > \sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} > \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+1} > \sqrt{x-1}$$

با شرط $x > 1$ اولین عدد صحیح ۲ می شود که با در نظرگیری $x \geq ۲: x \in \mathbb{Z}$ عبارت سمت راست همواره بزرگتر از او عبارت سمت چپ کوچکتر از ۱ است. لذا هیچ عدد صحیحی در این نامعادله صدق نمی کند.

عبارت P در $x=1$ تغییر علامت نداده، ولی در $x=-۲$ ، تغییر علامت داده است، پس با توجه به این که در عبارت P، ضریب x^3 برابر با ۲ است، می توان نوشت:

$$P = ۲(x-1)^2(x+۲) \Rightarrow P = ۲(x^2 - ۲x + 1)(x+۲)$$

$$\Rightarrow P = ۲(x^3 - ۲x^2 + x + ۲x^2 - ۴x + ۲)$$

$$\Rightarrow P = ۲(x^3 - ۳x + ۲)$$

$$\Rightarrow P = ۲x^3 - ۶x + ۴$$

از مقایسه تساوی اخیر با $P = ۲x^3 + ax^2 + bx + c$ ، داریم:

$$\begin{cases} a = ۰ \\ b = -۶ \\ c = ۴ \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -۲$$